

NIVEAU	Collège : Cycle central (5 ^{ème} 4 ^{ème}) Cycle d'orientation (3 ^{ème})
DISCIPLINE	Mathématiques
CAPACITÉ	RÉALISER- EXÉCUTER
COMPÉTENCE	Effectuer un geste technique
MOTS CLÉS	Fractions, produit

Multiplier une fraction par un nombre

PRÉSENTATION DE L'OUTIL

- **RÉSUMÉ**

L'outil se présente sous la forme d'un **QCM** dans lequel l'élève entourera la bonne réponse.

Multiplier une fraction par un nombre paraît en général plutôt simple au début de l'apprentissage, mais très vite

apparaissent des dérives. L'outil permet de repérer les erreurs du genre « $a \times \frac{b}{c}$ donne $\frac{abc}{c}$, $\frac{ac}{b}$, $\frac{ab}{ac}$ », ces

erreurs étant apparues comme les plus fréquentes lors de pré-tests effectués dans des classes de Collège (de la sixième à la troisième). L'outil permet également d'observer d'éventuelles différences de traitement lorsque les calculs sont situés dans un contexte (cadre numérique, géométrique, littéral...) ou en dehors de toute situation problème.

- **COMPOSANTE ÉVALUÉE**

Calculer le produit d'un quotient par un nombre.

- **PRÉ-REQUIS**

Avoir étudié le produit d'une fraction par un nombre.

- **CONDITIONS DE LA PASSATION**

Temps imparti : 12 minutes

Documents ou matériels complémentaires autorisés/interdits : calculatrice interdite.

PASSATION ET ANALYSE

- **COMMENTAIRES SUR L'OUTIL**

Cet outil se présente sous la forme d'un Q.C.M.

Plusieurs avantages :

- ❖ les fautes de calcul sont évitées,
- ❖ malgré la longueur du texte, le test est rapide pour les élèves (12 minutes),
- ❖ les types d'erreurs commises par les élèves sont très rapidement repérés.

Les résultats sont proposés sous une forme qui découle de la forme des calculs et non sous la forme la plus souvent utilisée (exemple : longueur donnée sous forme d'une fraction plutôt que sous la forme d'un nombre décimal).

L'erreur $a \times \frac{b}{c}$ donne $\frac{abc}{c}$ est codée 6, $\frac{ac}{b}$ est codée 7 et $\frac{ab}{ac}$ est codée 8.

Un certain nombre d'hypothèses ont été émises :

- ❖ l'erreur $\frac{ab}{ac}$ peut être due à un problème de logique de forme : l'écriture $a \times \frac{b}{c}$ invite à distribuer a au numérateur et au dénominateur de la fraction (en particulier, les items 8 et 9 permettent de voir si le fait d'écrire 1 au dénominateur évite cette erreur). Cette erreur peut être due également à une confusion avec les règles de simplification d'une fraction,
- ❖ il semble que l'erreur $\frac{abc}{c}$ puisse provenir d'un produit de l'idée : « On multiplie tout » en gardant une fraction de dénominateur c ,
- ❖ l'erreur $\frac{ac}{b}$ serait plutôt liée à une association de nombres dont le produit est plus facile à calculer : $25 \times \frac{7}{2}$ donne $\frac{50}{7}$,
- ❖ l'ordre et le choix des nombres (décimaux ou entiers) peuvent avoir une influence sur les calculs,
- ❖ le fait que les opérations soient liées à un contexte (problème) peut influencer sur le raisonnement.

• **CONSIGNES DE PASSATION**

Distribuer les feuilles et lire la consigne suivante aux élèves, sans donner aucune indication qui pourrait attirer leur attention et fausser le diagnostic :

- Cette feuille comporte un recto et un verso.
- Vous n'inscrivez rien dans la colonne de droite, vous entourez la lettre correspondant à la bonne réponse.
- Vous écrivez uniquement au stylo bille ou au feutre, vous raturez proprement en cas de retour en arrière, en laissant la trace du calcul précédent.
- Vous pouvez utiliser les cases vides pour réaliser des calculs.
- La calculatrice est interdite.
- Vous avez 12 minutes.
- Vous pouvez commencer.

• **CODAGE ET ANALYSE DES RÉPONSES**

Situation 1

Item 1 :

C	code 1
A	code 6
E	code 7
B	code 8
Toute autre réponse	code 9
Absence de réponse	code 0

Item 2 :

D	code 1
B	code 6
C	code 7
A	code 8
Toute autre réponse	code 9
Absence de réponse	code 0

Item 3 :

B	code 1
C	code 6
A	code 7
E	code 8
Toute autre réponse	code 9
Absence de réponse	code 0

Item 4 :

A	code 1
C	code 6
E	code 7
B	code 8
Toute autre réponse	code 9
Absence de réponse	code 0

Item 5 :

E	code 1
C	code 6
A	code 7
B	code 8
Toute autre réponse	code 9
Absence de réponse	code 0

Item 6 :

E	code 1
B	code 6
D	code 7
C	code 8
Toute autre réponse	code 9
Absence de réponse	code 0

Item 7 :

D	code 1
B	code 6
E	code 7
C	code 8
Toute autre réponse	code 9
Absence de réponse	code 0

Item 8 :

A	code 1
B	code 6
D	code 7
C	code 8
Toute autre réponse	code 9
Absence de réponse	code 0

Item 9 :

C	code 1
B	code 6
E	code 7
D	code 8
Toute autre réponse	code 9
Absence de réponse	code 0

• EXPÉRIMENTATION

L'expérimentation a été effectuée auprès de 137 élèves de 6 classes dans 4 sites différents (collège situé en ZEP, en centre ville, petite ville et zone rurale).

L'expérimentation a permis de vérifier que l'outil permet de repérer les erreurs commises sur le produit d'un nombre par une fraction. Elle a montré que pour certains, les règles peuvent être connues mais non appliquées parce que « les calculs sont plus faciles autrement », elle a permis l'amorce d'un dialogue avec l'élève.

• SUGGESTIONS PÉDAGOGIQUES

Pour les erreurs du type $\frac{ab}{ac}$ et du type $\frac{abc}{c}$, on peut :

- faire prendre conscience à l'élève de son erreur en lui faisant comparer son résultat avec celui qu'il obtiendrait :
 - avec sa calculatrice, en mode fractions
 - en utilisant, quand c'est possible, la forme décimale de la fraction (exemple : $\frac{1}{2} \times 2 = 0,5 \times 2 = 1$)
 - en repassant par une addition (exemple : $3 \times \frac{2}{7} = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$)
 - en revenant à des notions de partage (exemple : $3 \times \frac{1}{4}$, c'est « prendre trois fois le quart de ... »)
- demander à l'élève de créer une situation concrète qui ferait intervenir un calcul du type $a \times \frac{b}{c}$
- calculer d'abord mentalement le produit, puis l'écrire
(exemple : $\frac{2}{3} \times 18 = (18 \div 3) \times 2 = 6 \times 2 = 12$)
- se ramener à des calculs faisant intervenir des pourcentages
- revenir au tableau de proportionnalité pour le calcul de la quatrième proportionnelle

(exemple : $\frac{3}{11} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{11}$)

Tous ces calculs ont pour but d'automatiser les calculs de produits de fractions par un nombre. Le choix des exemples numériques devra être le plus varié possible pour éviter que les élèves s'habituent à certaines associations de nombres plus faciles à calculer, afin d'éviter des erreurs du type $\frac{ac}{b}$.

NOM Prénom :

Âge : ans Date :

Classe :

Durée : **12 min** Nombre de pages : **2**

Multiplier une fraction par un nombre

Entourer la lettre indiquant la bonne réponse. Utiliser la case vide pour faire les calculs.

Item 1

On réalise la maquette d'un voilier à l'échelle $\frac{3}{20}$. La longueur du voilier est de $7m$.

Quelle est la longueur de cette maquette en mètres ?

A	B	C	D	E	
$\frac{420}{20}$	$\frac{21}{140}$	$\frac{21}{20}$	$\frac{20}{21}$	$\frac{140}{3}$	

1 6 7 8 9 0
item 1

Item 2

Un rectangle a pour aire $A_1 = 9\text{ cm}^2$. Un rectangle $EFGH$ a pour aire A_2 telle que

$A_2 = \frac{5}{4}A_1$. Quelle est l'aire A_2 exprimée en cm^2 ?

A	B	C	D	E	
$\frac{45}{36}$	$\frac{180}{4}$	$\frac{36}{5}$	$\frac{45}{4}$	$\frac{5}{36}$	

1 6 7 8 9 0
item 2

Item 3

On donne $P = \frac{8}{3}x$. Calculer P pour $x = 5,2$.

A	B	C	D	E	
$P = \frac{15,6}{8}$	$P = \frac{41,6}{3}$	$P = \frac{124,8}{3}$	$P = \frac{416}{3}$	$P = \frac{41,6}{15,6}$	

1 6 7 8 9 0
item 3

Item 4

Le centre de gravité G d'un triangle est situé aux $\frac{2}{3}$ de la longueur de la médiane

en partant du sommet. Pour un triangle ABC , on donne la longueur de la médiane issue du sommet A qui coupe $[BC]$ en A' : $AA' = 7\text{ cm}$. Calculer AG .

A	B	C	D	E	
$AG = \frac{14}{3}$	$AG = \frac{14}{21}$	$AG = \frac{42}{3}$	$AG = 4,2$	$AG = \frac{21}{2}$	

1 6 7 8 9 0
Item 4

NOM Prénom :

Item 5

Dans la classe de 6A, la proportion des élèves inscrits à une association sportive est de $\frac{2}{11}$. En 6B, la proportion des élèves inscrits à l'association sportive est trois fois plus grande. Quelle fraction représente le nombre d'élèves inscrits en 6B ?

A	B	C	D	E	
$\frac{33}{2}$	$\frac{6}{33}$	$\frac{66}{11}$	$\frac{2}{33}$	$\frac{6}{11}$	

1 6 7 8 9 0
Item 5

Item 6

$$5 \times \frac{3}{4} =$$

A	B	C	D	E	
$\frac{3}{20}$	$\frac{60}{4}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{15}{4}$	

1 6 7 8 9 0
Item 6

Item 7

$$\frac{3}{13} \times 4 =$$

A	B	C	D	E	
$\frac{3}{52}$	$\frac{156}{13}$	$\frac{12}{52}$	$\frac{12}{13}$	$\frac{52}{3}$	

1 6 7 8 9 0
Item 7

Item 8

$$\frac{12}{1} \times \frac{3}{5} =$$

A	B	C	D	E	
$\frac{36}{5}$	$\frac{180}{5}$	$\frac{36}{60}$	$\frac{60}{3}$	$\frac{3}{60}$	

1 6 7 8 9 0
Item 8

Item 9

$$\frac{3}{2} \times \frac{11}{1} =$$

A	B	C	D	E	
$\frac{3}{22}$	$\frac{66}{2}$	$\frac{33}{2}$	$\frac{33}{22}$	$\frac{22}{3}$	

1 6 7 8 9 0
Item 9